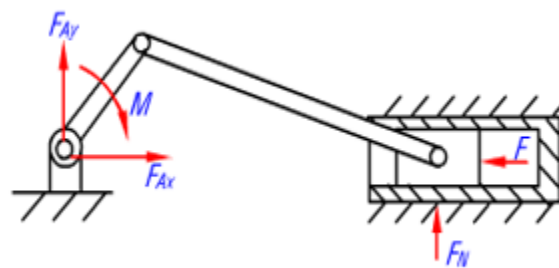
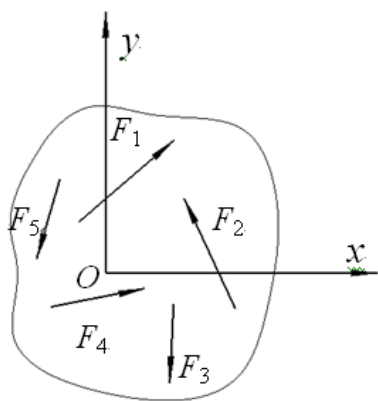


1-4 平面任意力系

模块一 构件的静力分析 1-4 平面任意力系

一、基本概念

力系中各力的作用线在同一平面内，既不汇交于一点，也不完全平行，此力系为平面任意力系，它是工程上最常见的一种力系。



模块一 构件的静力分析 1-4 平面任意力系

二、平面任意力系的平衡方程及应用

平衡条件:

力系中有各力，在两个相互垂直的坐标轴上的投影的代数和为零。力系中所有各力对力系所在平面内任意一点的合力矩等于零。即

基本形式

$$\left. \begin{aligned} \Sigma F_x &= 0 \\ \Sigma F_y &= 0 \\ \Sigma M_O(F) &= 0 \end{aligned} \right\} \text{式(1)}$$

二力矩式

$$\left. \begin{aligned} \Sigma F_x &= 0 \\ \Sigma M_A(F) &= 0 \\ \Sigma M_B(F) &= 0 \end{aligned} \right\} \text{式(2)}$$

式(2) 满足条件: A、B两点连线不能于x轴垂直。

模块一 构件的静力分析 1-4 平面任意力系

三力矩式

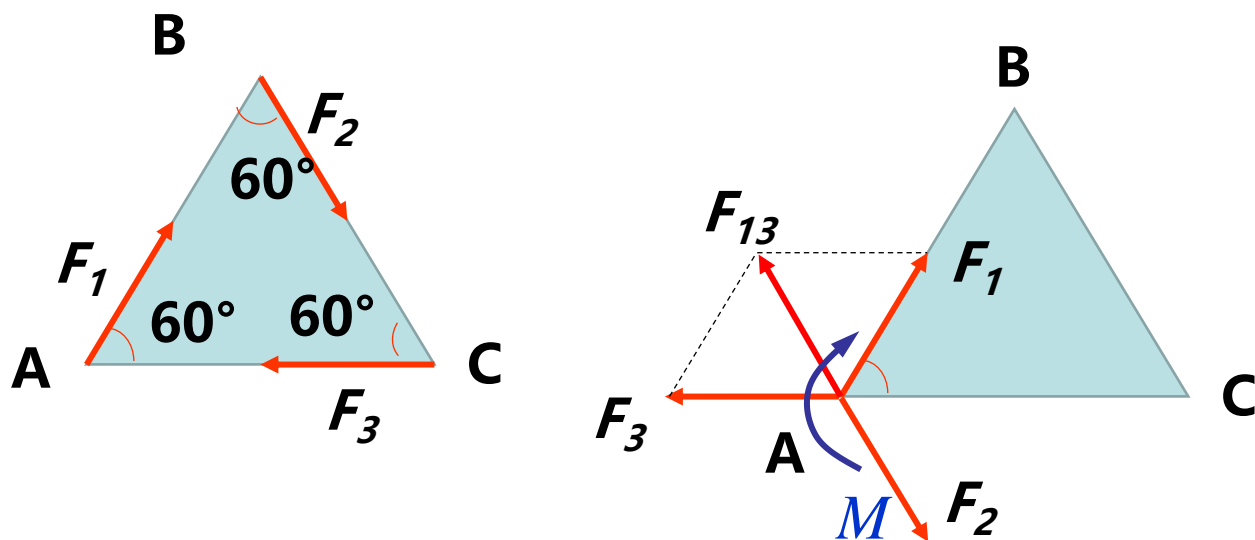
$$\left. \begin{aligned} \Sigma M_A(F) &= 0 \\ \Sigma M_B(F) &= 0 \\ \Sigma M_C(F) &= 0 \end{aligned} \right\} \text{式(3)}$$

式(3)应满足条件条件：A、B、C三点不能共线

模块一 构件的静力分析 1-4 平面任意力系

例题

在刚体上A、B、C三点分别作用三个力，各力的大小刚好与的边长成比例。问该力系是否平衡？为什么？

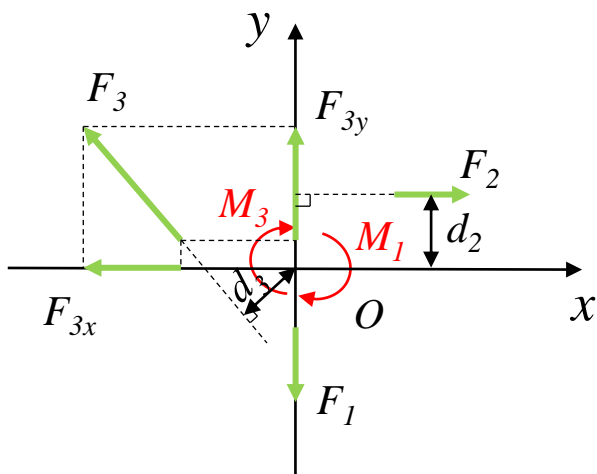


该力系不平衡。

因为力三角形虽然封闭，主矢为零，但这不是一个汇交力系，其主矩不为零。

模块一 构件的静力分析 1-4 平面任意力系

三、求解平面任意力系



$$M_2 = F_2 \cdot d_2$$

$$M_3 = F_3 \cdot d_3$$

- ① 合理建立坐标系
- ② 求出各力对原点的力矩
- ③ 将各力沿坐标轴投影
- ④ 列平衡方程求解

平衡方程

$$\Sigma F_x = 0, \text{ 即 } F_2 - F_3 = 0$$

$$\Sigma F_y = 0, \text{ 即 } F_{3y} - F_1 = 0$$

$$\Sigma M_O(F) = 0, \text{ 即 } -M_2 - M_3 = 0$$

模块一 构件的静力分析 1-4 平面任意力系

例题

图示为装载混凝土的翻斗的车斗，车斗和所装的混凝土共重 5kN ，为防止车斗因为重心偏移而倾斜，在A点设置挂钩将车斗锁住，假设水平锁住力为 F ，方向水平向右，已知B点到O点的水平距离 $b=90\text{mm}$ ，A点到O点的垂直距离为 $a=459\text{mm}$ ，求O点处约束力以及水平锁住力 F 的大小。

① 取车斗为研究对象

解： $\Sigma F_x=0$ ，即 $F+F_{Ox}=0$ (1)

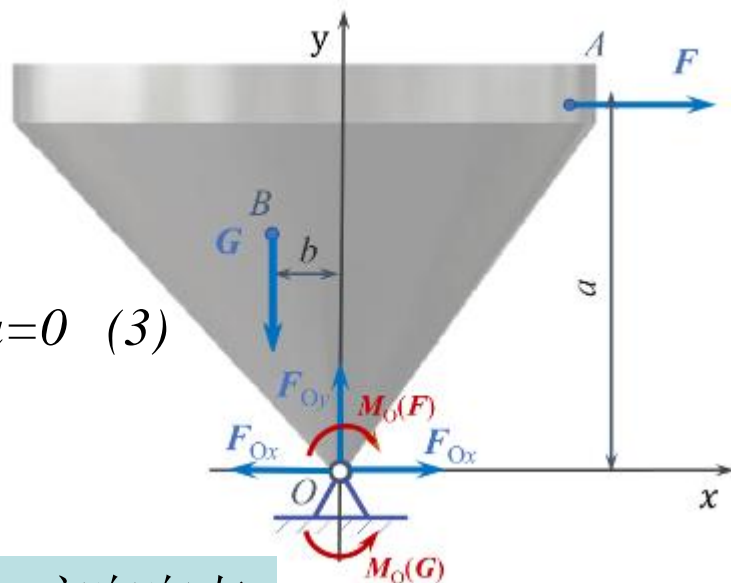
$$\Sigma F_y=0, \text{ 即 } F_{Oy}-G=0 \quad (2)$$

$$\Sigma M_O=0, M_O(G)-M_O(F)=0, \text{ 即 } G \cdot b - F \cdot a = 0 \quad (3)$$

由 (2) 式求得： $F_{Oy}=G=5\text{kN}$

由 (3) 式求得： $F = \frac{G \cdot b}{a} = \frac{5\text{kN} \cdot 90\text{mm}}{450\text{mm}} = 1\text{kN}$

结合 (1) 式求得： $F_{Ox} = -F = -1\text{kN}$ F_{Ox} 方向向左

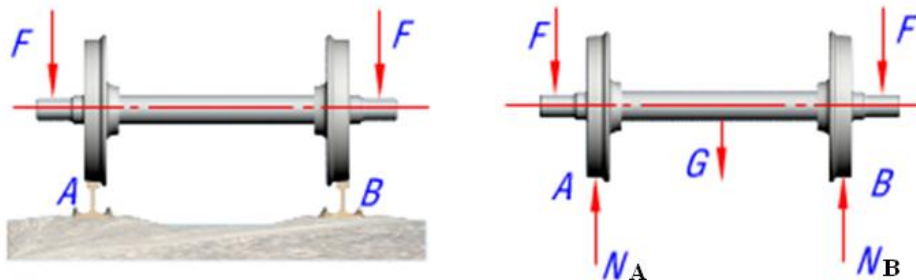


模块一 构件的静力分析 1-4 平面任意力系

四、平面受力的特殊情况

1. 平面平行力系

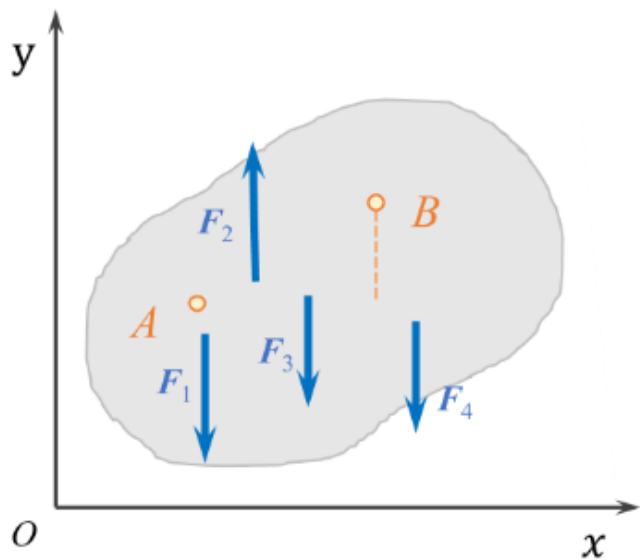
各力的作用线在同一平面内并且互相平行的力系称为平面平行力系。



模块一 构件的静力分析 1-4 平面任意力系

如下图所示，一刚体受同一平面内且相互平行的力系作用，如选y轴与各力作用线平行，显然有： $\Sigma F_x=0$

若刚体保持平衡，则平衡条件为：



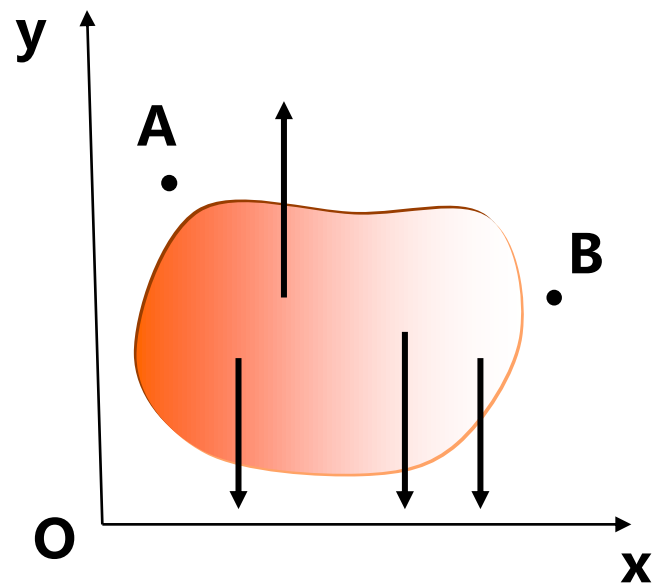
$$\left\{ \begin{array}{l} \Sigma M_y=0 \\ \Sigma M_O=0 \end{array} \right.$$

即平面平行力系平衡的充要条件是：
力系中各力的代数和为零，以及各力对任一点之矩的代数和也为零。

模块一 构件的静力分析 1-4 平面任意力系

也可以表示为二矩式：

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum M_B (F) = 0 \\ \sum M_A (F) = 0 \end{array} \right.$$

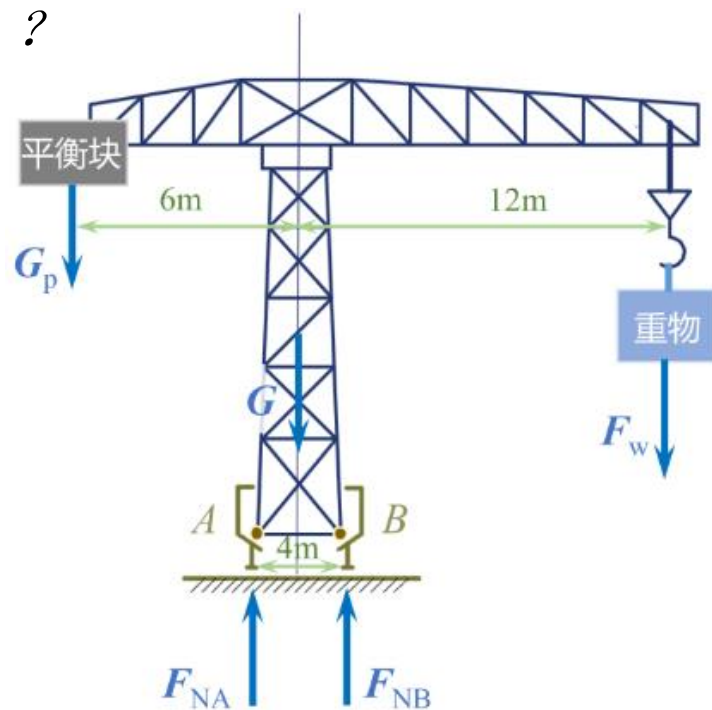


注意：A、B两点的连线不能与各力的作用线平行。

模块一 构件的静力分析 1-4 平面任意力系

例题

塔式起重机如右图所示。机架重 $G=800kN$ ，作用线通过塔架的中心，最大起重量 $F_w=300kN$ ，最大悬臂长 $12m$ ，轨道 A 、 B 的间距为 $4m$ ，平衡块重 G_p 到机身中心线的距离为 $6m$ ，试求保证起重机在满载和空载时都不致翻倒时平衡块的重量 G_p ？



模块一 构件的静力分析 1-4 平面任意力系

解：

(1) 满载时，必须使 $\Sigma M_B (F) = 0$ ；临界情况下， $F_{NA} = 0$ 。

这时求得的 G_p 为所允许的最小值，即 G_{pmin} 。

$$\Sigma M_B (F) = 0; M_B (G_p) + M_B (G) - M_B (F_W) = 0$$

$$\text{即： } G_{pmin} \times (6+2) + G \times 2 - F_W \times (12-2) = 0$$

$$\text{求得 } G_{pmin} = 175kN$$

2) 空载时， $F_W = 0$ ，左重右轻；必须使 $\Sigma M_A (F) = 0$ ；临界情况下， $F_{NB} = 0$ ，此时求得的 G_p 为最大值，即 G_{pmax} 。

$$\Sigma M_A (F) = 0, M_B (G_p) + M_B (G) - M_B (F_W) = 0 \text{ 即}$$

$$G_{pmax} \times (6-2) - G \times 2 = 0 \text{ 求得 } G_{pmax} = 400kN$$

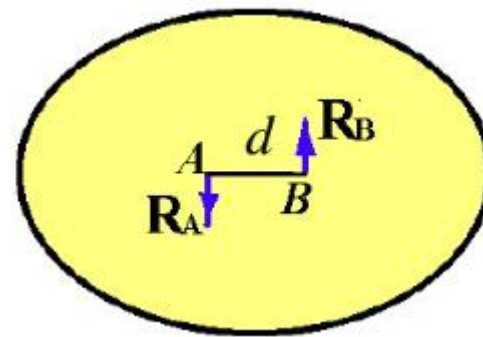
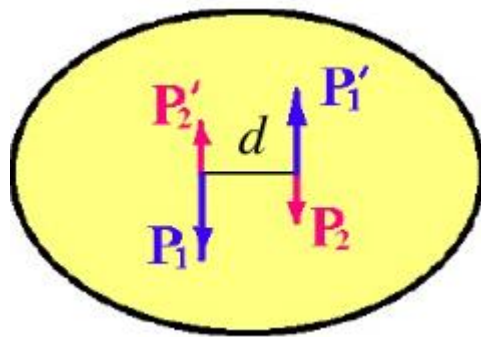
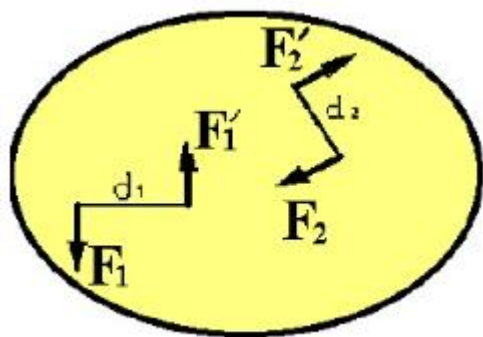
结论： $175kN < G_p < 400kN$

模块一 构件的静力分析 1-4 平面任意力系

2. 平面力偶系

作用在物体同一平面的许多力偶叫做平面力偶系。

设有两个力偶



$$\begin{aligned}\because m_1 &= F_1 d_1 \\ m_2 &= -F_2 d_2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{又 } m_1 &= P_1 d \\ m_2 &= -P_2' d\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}R_A &= P_1 - P_2' \\ R_B &= P_1' - P_2\end{aligned}$$

$$\therefore \text{合力矩 } M = R_A d = (P_1 - P_2') d = P_1 d - P_2' d = m_1 - m_2$$

模块一 构件的静力分析 1-4 平面任意力系

结论

平面力偶系合成的结果是一个力偶，其力偶矩的大小为各力偶矩的代数和。即

$$M=m_1+m_2+m_3+\dots+m_n=\sum_{i=1}^n m_i$$

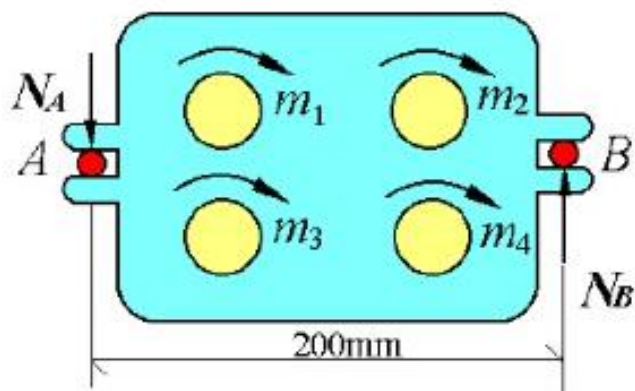
平面力偶系平衡的充要条件是：各力偶矩的代数和为零。即

$$\sum_{i=1}^n m_i=0$$

模块一 构件的静力分析 1-4 平面任意力系

例题

在一钻床上水平放置工件，在工件上同时钻四个等直径的孔，每个钻头的力偶矩为 $m_1=m_2=m_3=m_4=15N\cdot m$ ，求工件的总切削力偶矩和A、B端的水平反力？



解：各力偶的和力偶矩为

$$M=m_1+m_2+m_3+m_4=-60N\cdot m,$$

力偶只能是力偶来平衡，故 N_A 与 N_B 组成以力偶与切削力偶平衡。故：

$$N_B \cdot 0.2 - m_1 - m_2 - m_3 - m_4 = 0$$

$$\text{得： } N_B = 300N, N_A = N_B = 300N$$

五、小结

1. 平面任意力系的概念；
2. 平面方程及其应用；
3. 平面任意力系的特殊情况。